

板書のzoom URL

<https://u-tokyo-ac-jp.zoom.us/j/87367136435?pwd=WVZJQVN1N0ZsWnMrZ2dKZXQyY1Mzd09>

ミーティングID: 873 6713 6435 パスコード: 169212

SlidoのURL

<https://app.sli.do/event/pobCph4XZh88FVGyrdHGa8>

Event code: BioSysEng

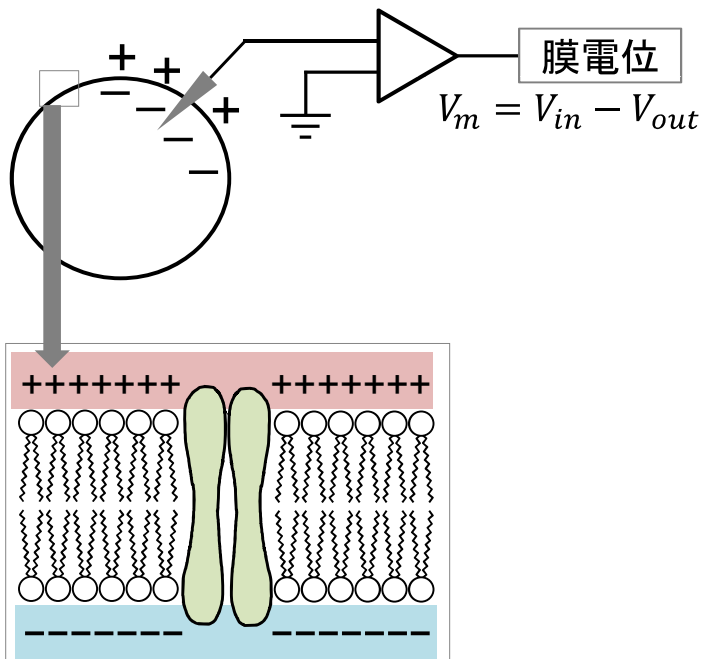
0

神経信号の数理モデル

生体システム工学
第3回(再配布禁止)

前回までの復習

- 神経細胞の電気化学的駆動力: **イオン濃度差**と**電位差**で決まる
- 膜の能動的性質: イオンの透過性は, 膜電位に依存して変わる



1

復習: Hodgkin-Huxley方程式

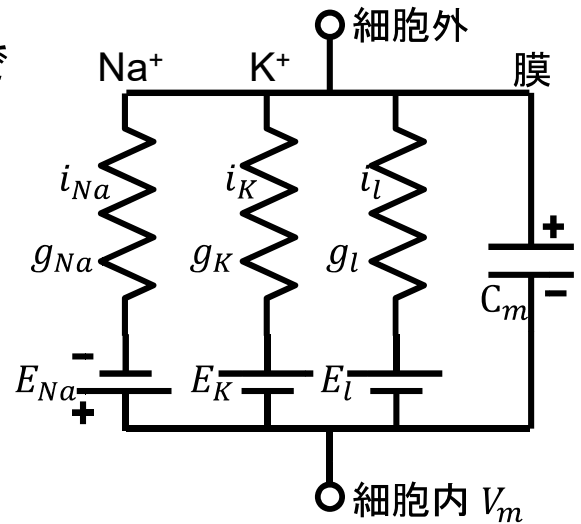
前回までの復習

- 神経細胞の電気化学的駆動力: **イオン濃度差**と**電位差**で決まる
- 膜の能動的性質: イオンの透過性は, 膜電位に依存して変わる

膜電流は, それぞれの電流の総和なので

$$I =$$

各要素でオームの法則が成り立つので



2

復習: Hodgkin-Huxley方程式

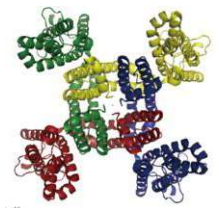
前回までの復習

- 神経細胞の電気化学的駆動力: **イオン濃度差**と**電位差**で決まる
- 膜の能動的性質: イオンの透過性は, 膜電位に依存して変わる

カリウムコンダクタンスについて

$$g_K = \bar{g}_K n^4$$

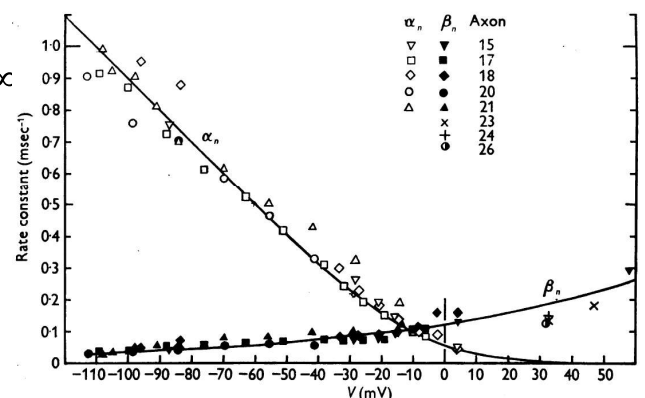
$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n (1 - n) - \beta_n n \quad (0 \leq n \leq 1),$$



$$\frac{1}{(\alpha_n + \beta_n)} = \tau, \quad \frac{\alpha_n}{(\alpha_n + \beta_n)} = n_\infty$$

$$\alpha_n = \frac{0.01 \times (V + 10)}{\left(\exp \frac{V + 10}{10} - 1\right)}$$

$$\beta_n = 0.125 \times \exp\left(\frac{V}{80}\right)$$



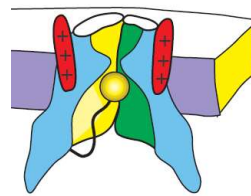
復習: Hodgkin-Huxley方程式

ナトリウムコンダクタンスについて

$$g_{Na} = \bar{g}_{Na} m^3 h$$

$$\alpha_m = \frac{0.1 \times (V + 25)}{\left(\exp \frac{V + 25}{10} - 1\right)}$$

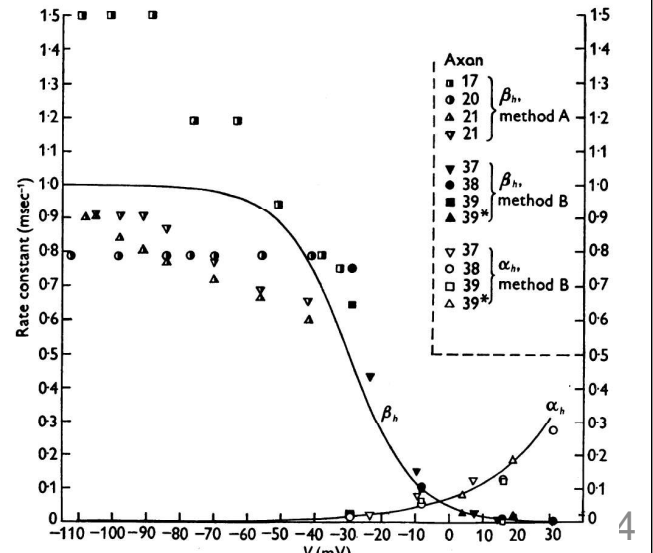
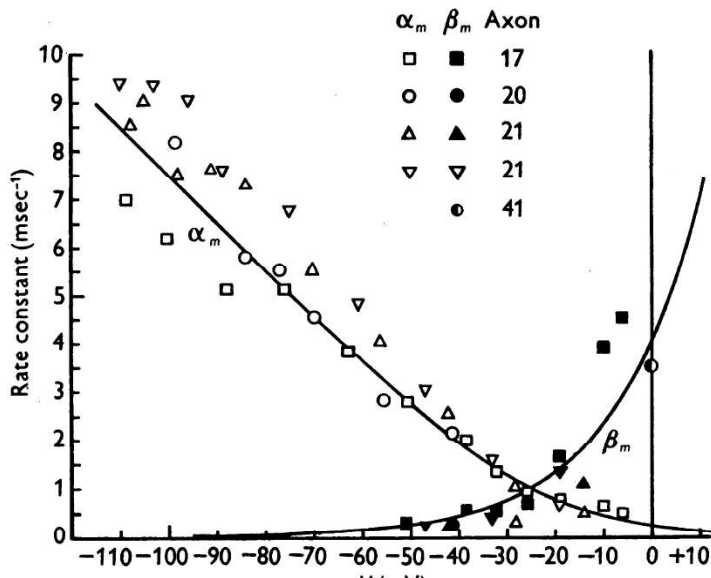
$$\beta_m = 4 \times \exp \left(\frac{V}{18}\right)$$



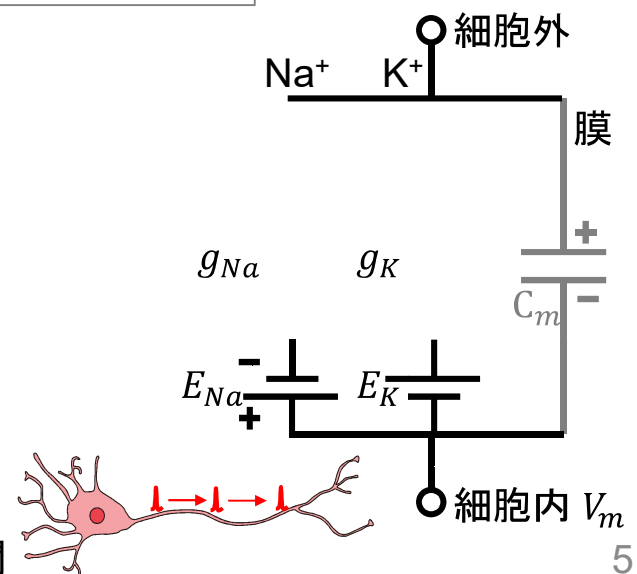
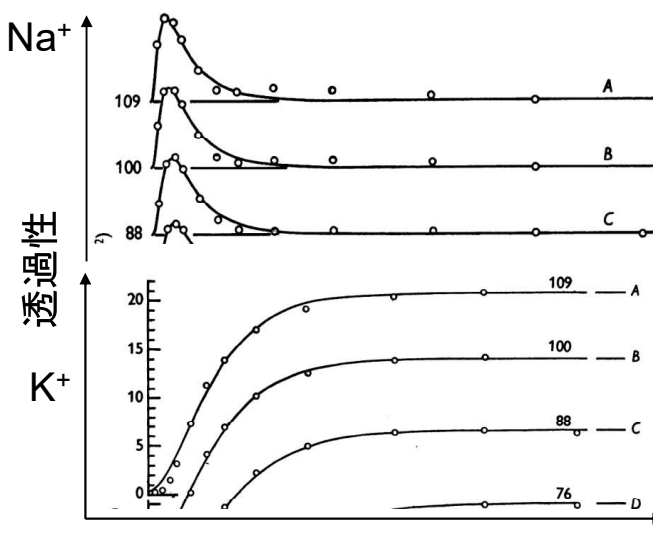
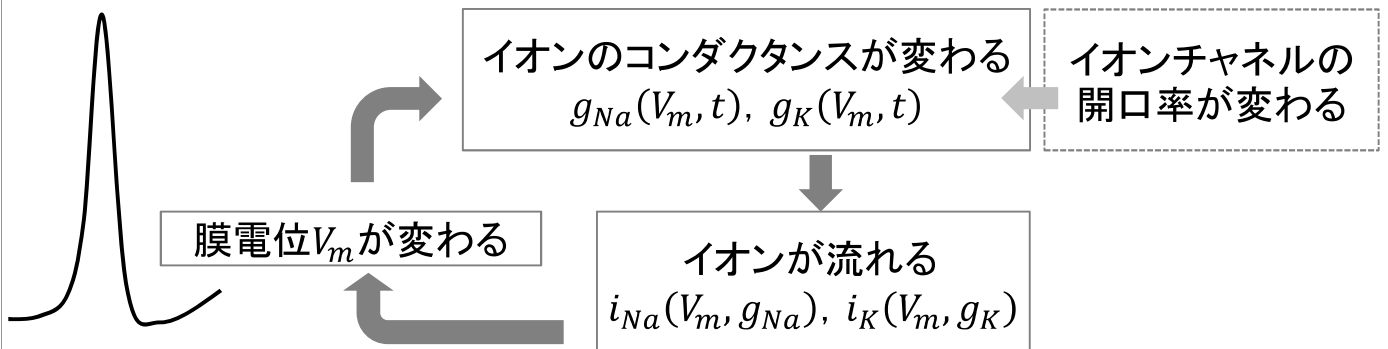
生体システム工学
第3回(再配布禁止)

$$\alpha_h = 0.07 \times \exp \left(\frac{V}{20}\right)$$

$$\beta_h = \frac{1}{\left(\exp \frac{V + 30}{10} + 1\right)}$$



$$I = g_{Na}(E_m - E_{Na}) + g_K(E_m - E_K) + g_l(E_m - E_l) + C_m \frac{dE_m}{dt}$$

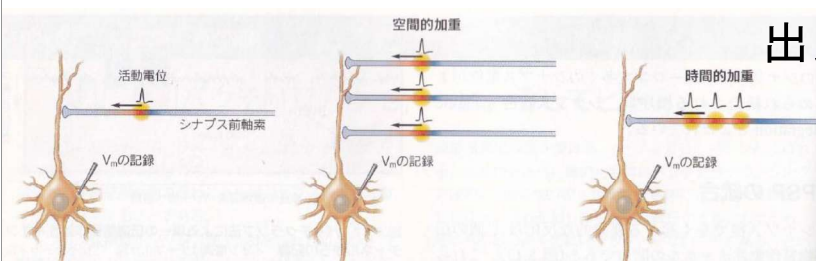


McCulloch-Pittsのモデル (1943):

1. 出力は'all or none'
2. 興奮性(E)・抑制性(I)シナプスの入力を受ける
→神経細胞 (point neuron) は論理的な制御素子とみなせる

McCulloch-Pittsのモデル (1943):

1. 出力は'all or none'
2. 興奮性(E)・抑制性(I)シナプスの入力を受ける
→神経細胞 (point neuron) は論理的な制御素子とみなせる

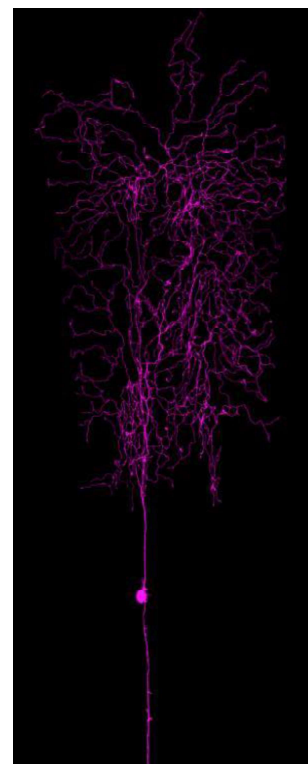
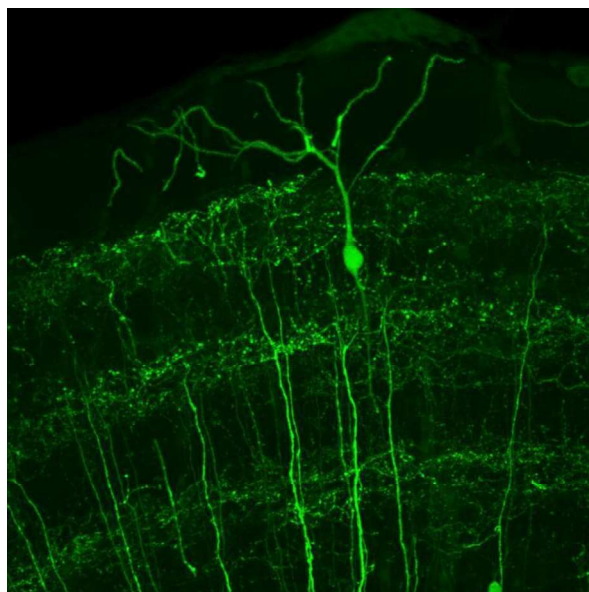
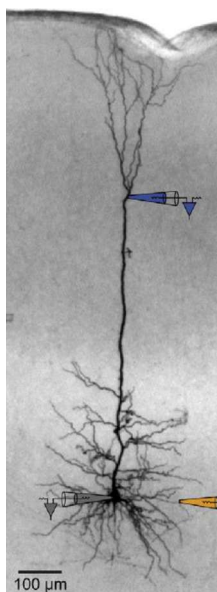


出力が生成されるのは,

神経信号の数理モデル

Wilfrid Rallのモデル (1960~):

樹状突起のケーブル特性を考慮することで、
樹状突起上の統合的・論理的処理に言及した



ミクロ

Hodgkin-Huxley
ケーブル方程式

oscillation回路

スモールワールドNW

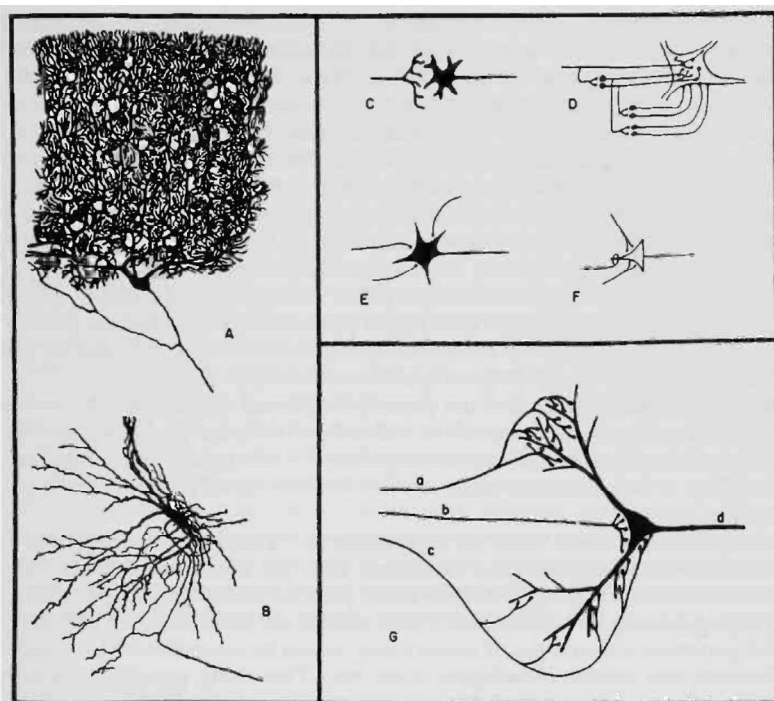
マクロ

8

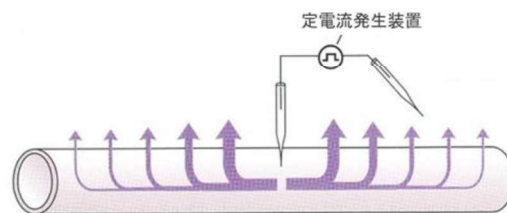
ケーブル方程式

Wilfrid Rallのモデル (1960~):

樹状突起のケーブル特性を考慮することで、
樹状突起上の統合的・論理的処理に言及した



- ・コンパートメントへの分割
- ・神経細胞のケーブル特性 (Hodgkin, 1937)



神経細胞の形態の影響を
議論

9

ケーブル方程式の導出

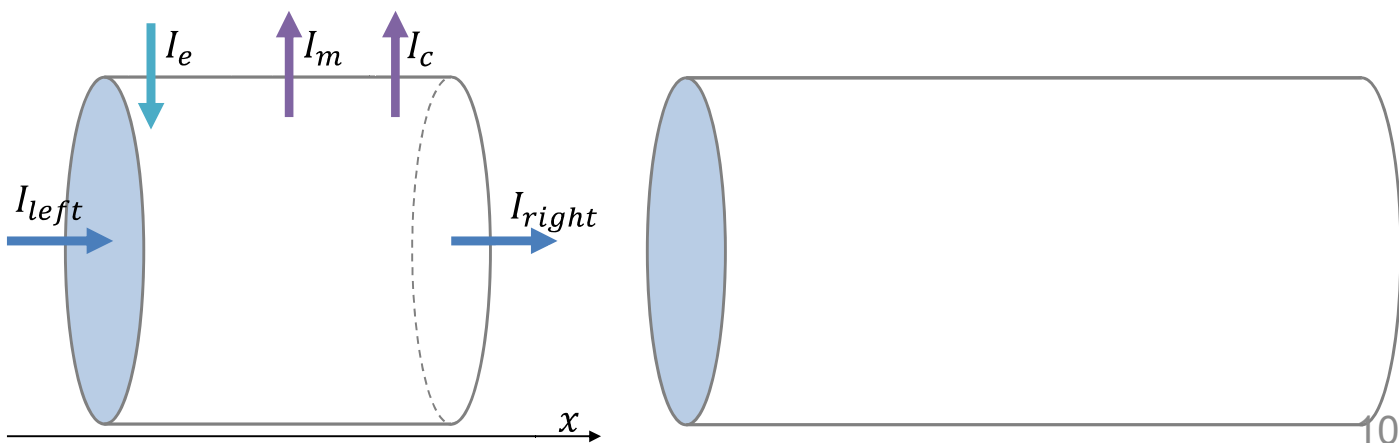
キルヒホッフの法則より

C_m : 膜容量 (単位長さ当たり)

R_m : 膜抵抗 (")

R_e : 細胞外, 軸 (x) 方向の抵抗 (")

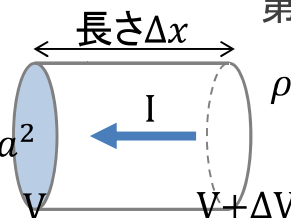
R_i : 内部抵抗 (軸方向, ")



ケーブル方程式の導出

オームの法則より,

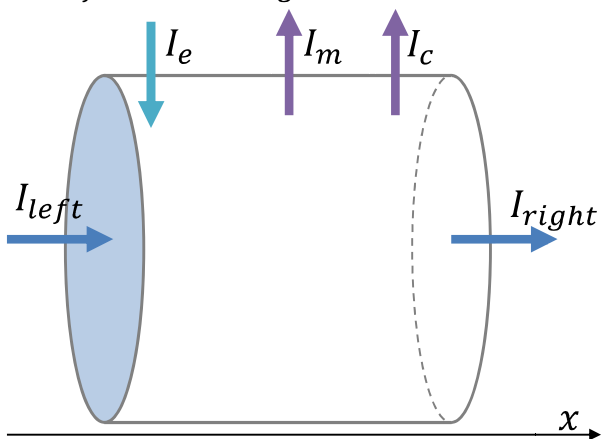
半径 a のとき,
断面積 $\Delta S = \pi a^2$



ρ_i : 抵抗率 [$\Omega \cdot \text{cm}$]

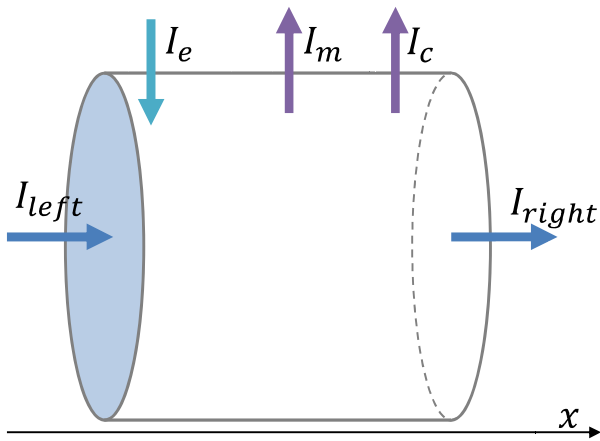
キルヒホッフの法則

$$I_{left} + I_e - I_{right} - I_m - I_c = 0$$



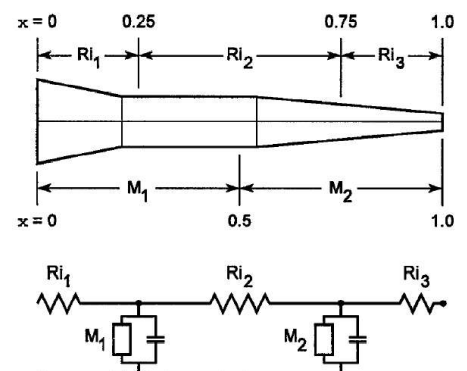
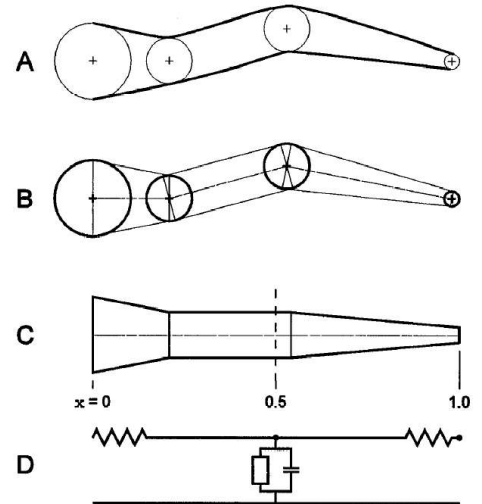
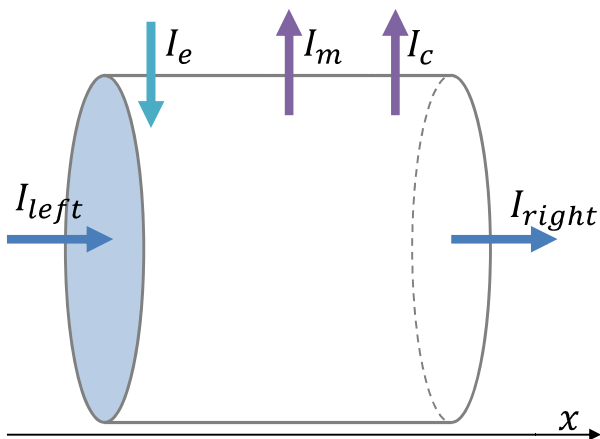
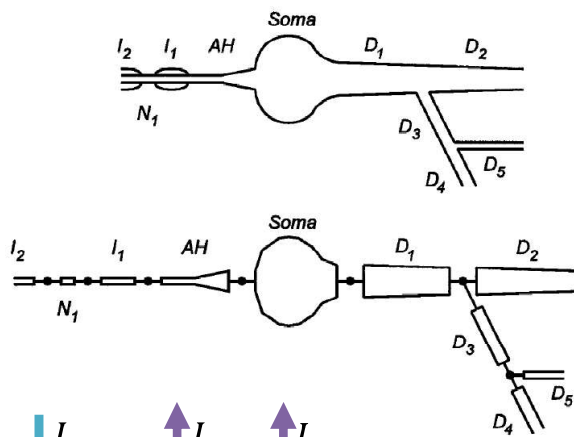
ケーブル方程式の導出

代入すると,



コンパートメントモデル

ケーブル方程式に従うコンパートメントに分割して、
神経細胞の膜電位を計算する→NEURON (6月)



神経細胞のケーブル特性

Kelvin卿 (William Thomson) (1850s) :
海底ケーブルにおける信号減衰の数理モデル
Hodgkin (1937):
神経細胞のケーブル特性を実験的に確認

x_0 での電位を一定 (V_0) にした場合, 距離と電位の関係は,

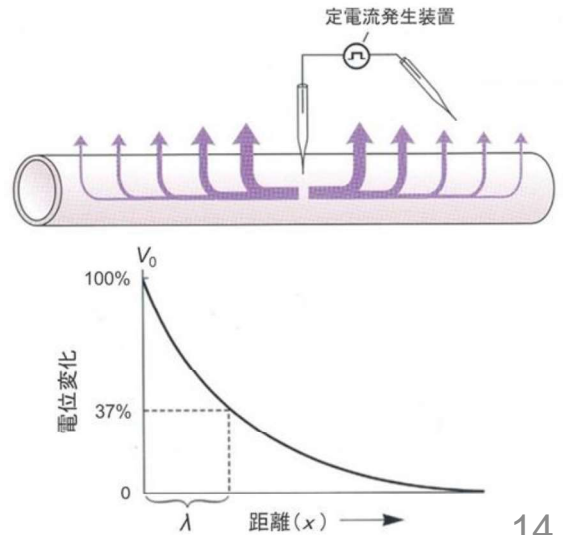
λ : 長さ定数

a : 半径

R_m : 膜抵抗 (単位長さ)

r_m : 膜抵抗 (単位面積)

R_i, r_i : 内部抵抗



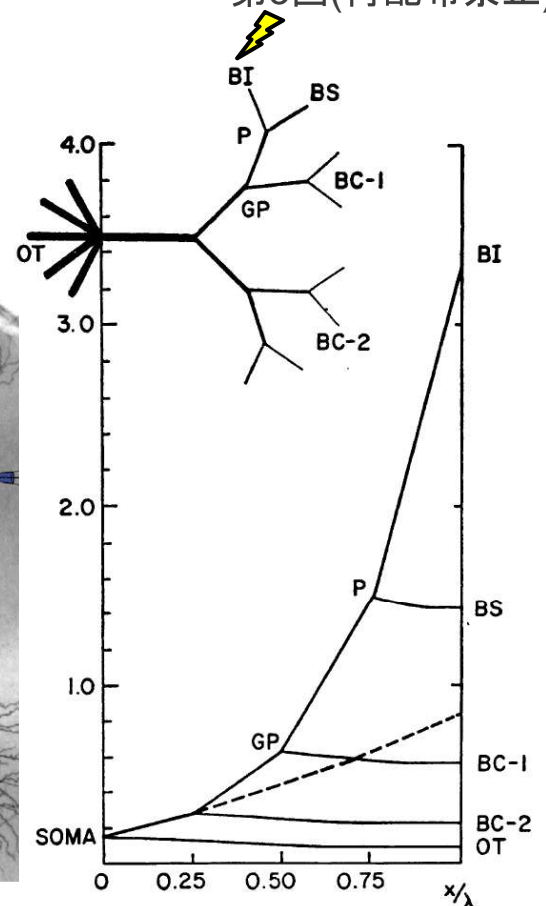
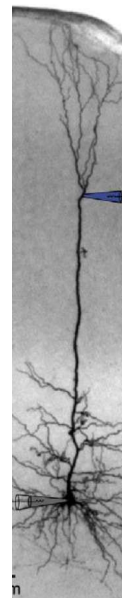
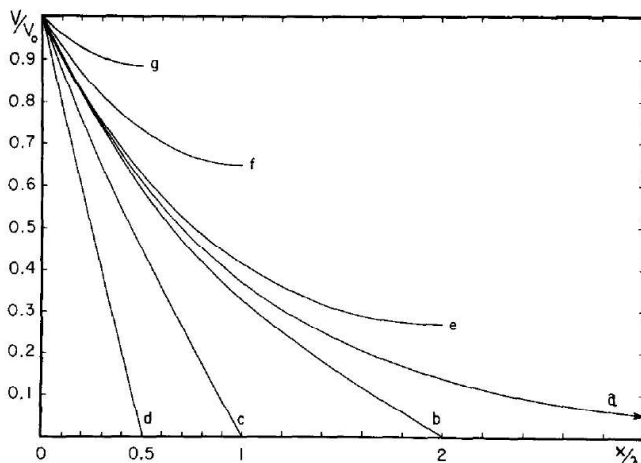
減衰は,
太いほど(強い・弱い)
細胞内抵抗が低いほど(強い・弱い)
膜抵抗が高いほど(強い・弱い)

神経細胞のケーブル特性

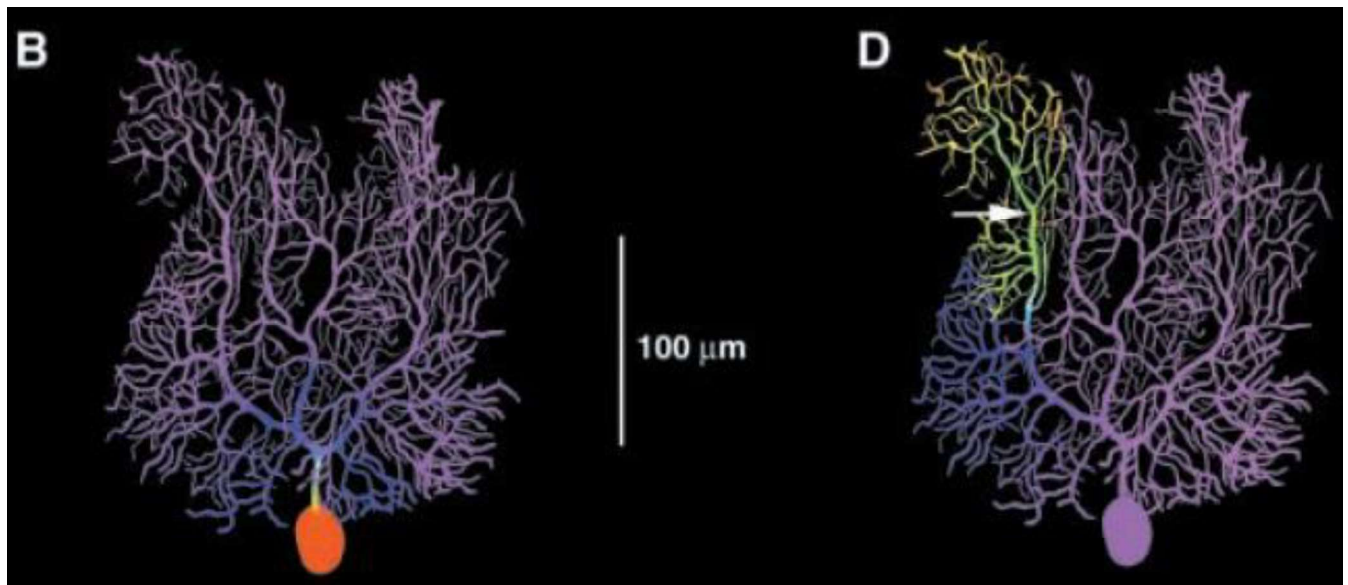
$$\frac{\partial V}{\partial t} + V(X, T) = \frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$$

$$X = \frac{x}{\lambda}, T = \frac{t}{\tau_m}, \lambda = \sqrt{\frac{a r_m}{2 r_i}}, \tau_m = r_m c_m$$

Rall (1959) :
様々な境界条件でこれを解いた



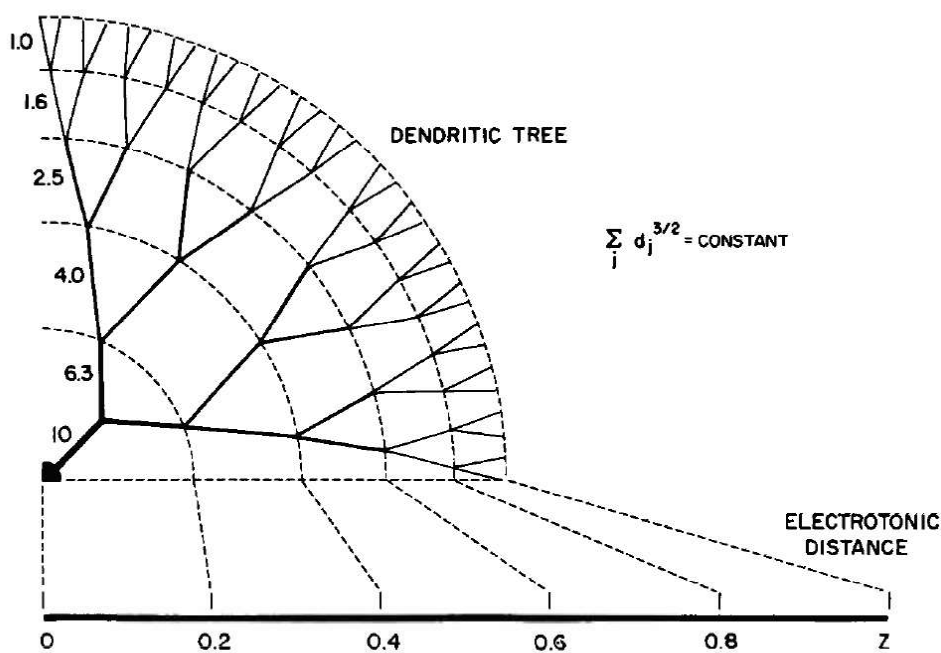
樹状突起の形状



16

方向性の検出

$$\lambda = \sqrt{\frac{a r_m}{2 r_i}}$$

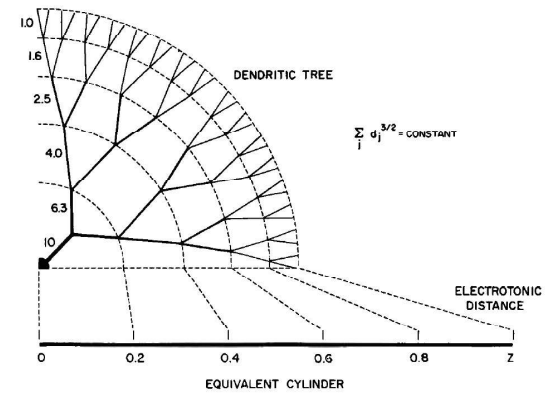
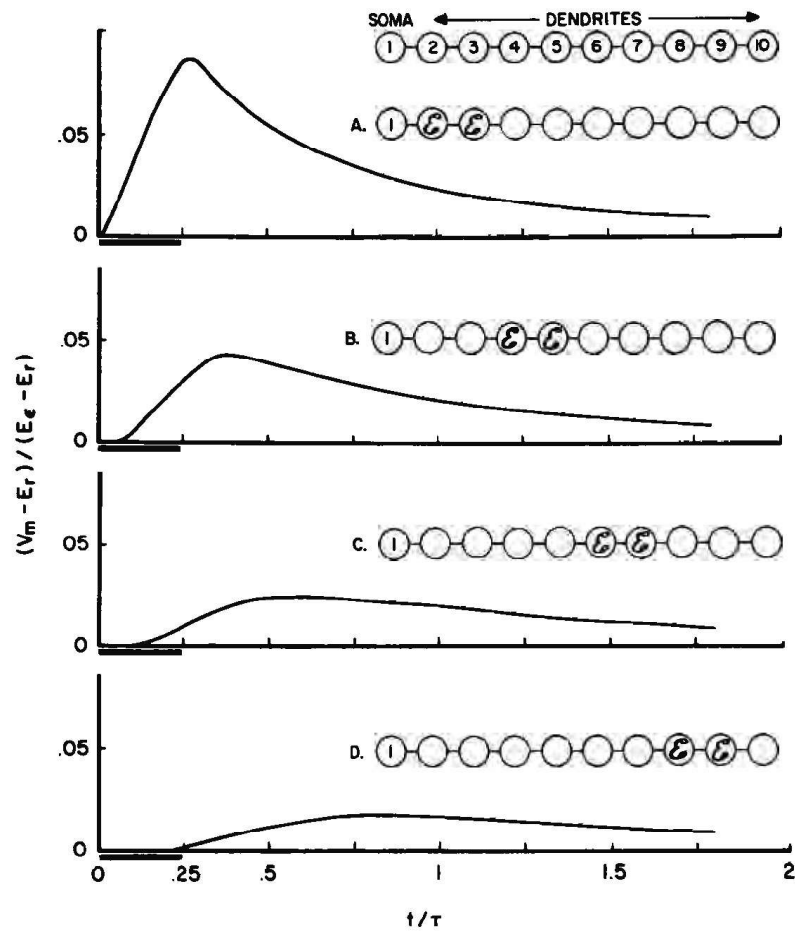


電気緊張的長さ Z EQUIVALENT CYLINDER

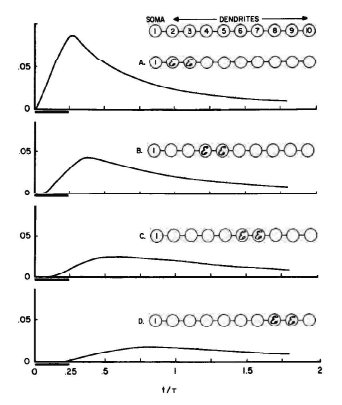
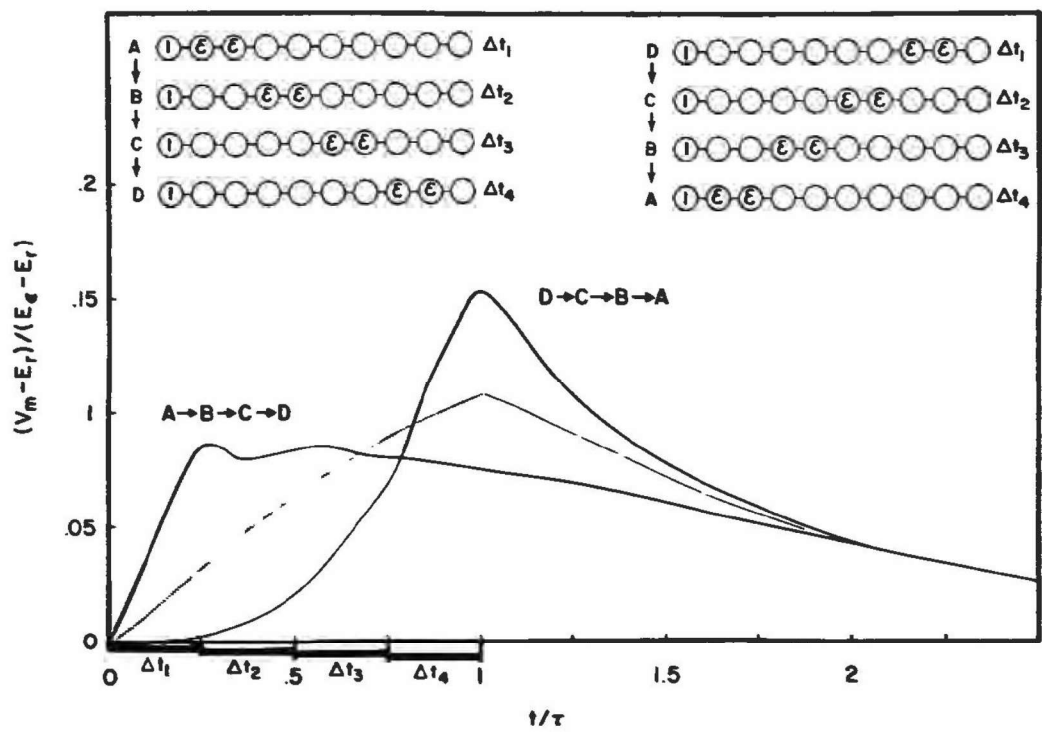


17

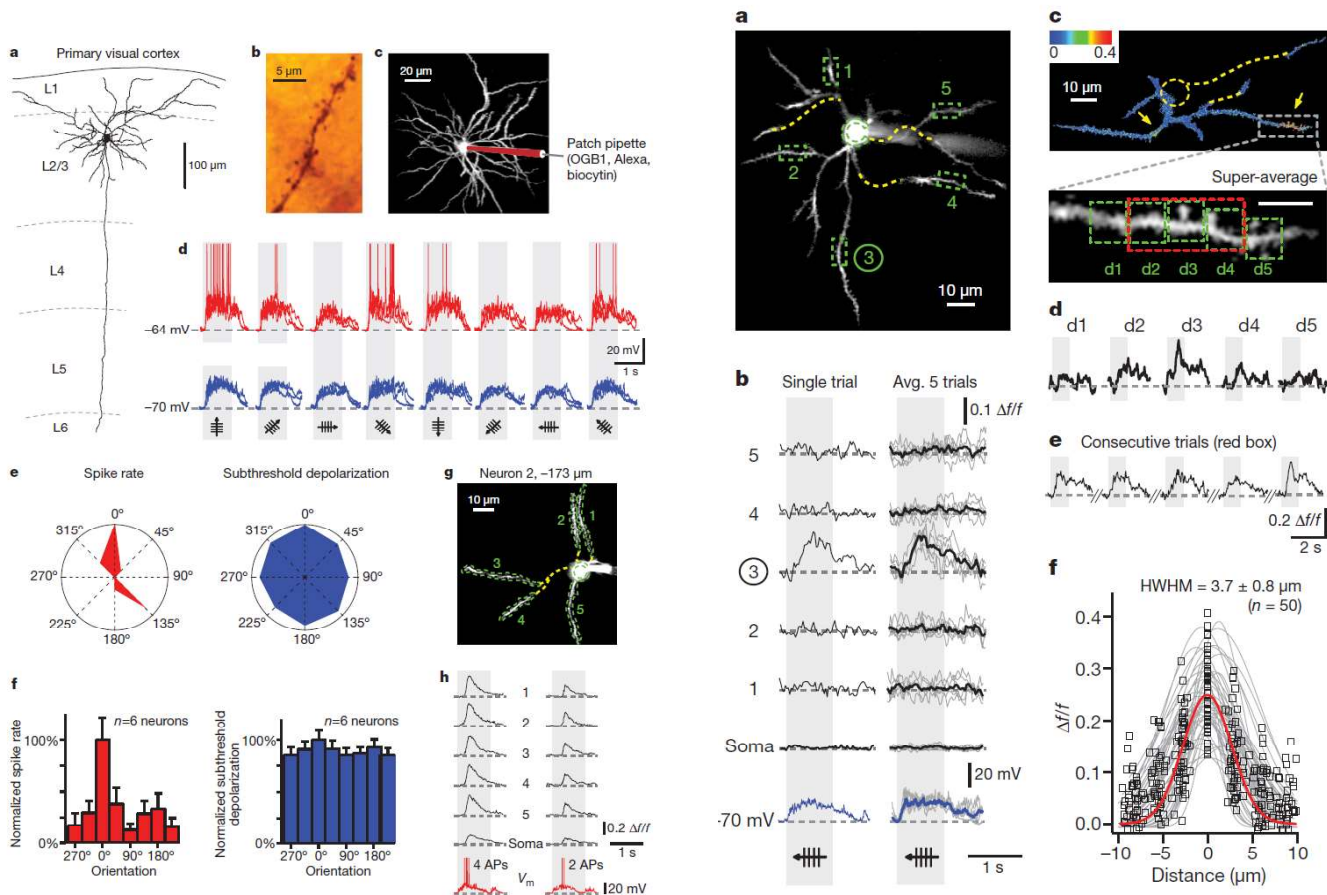
方向性の検出



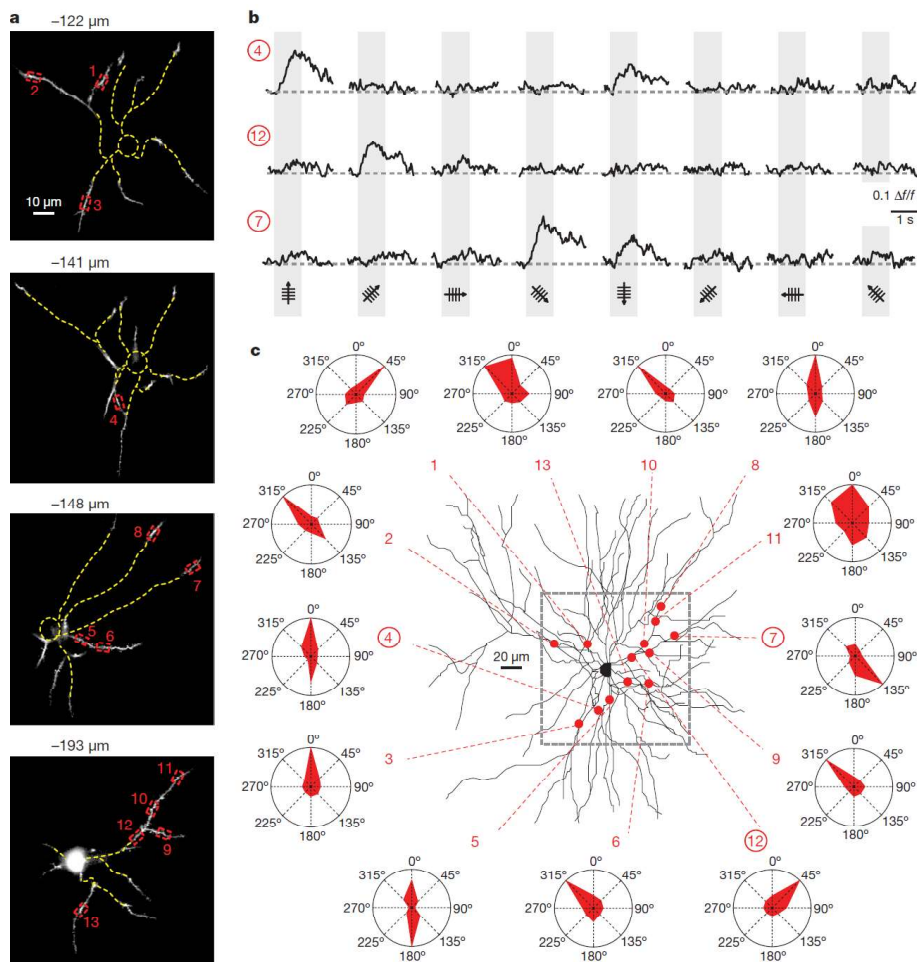
方向性の検出

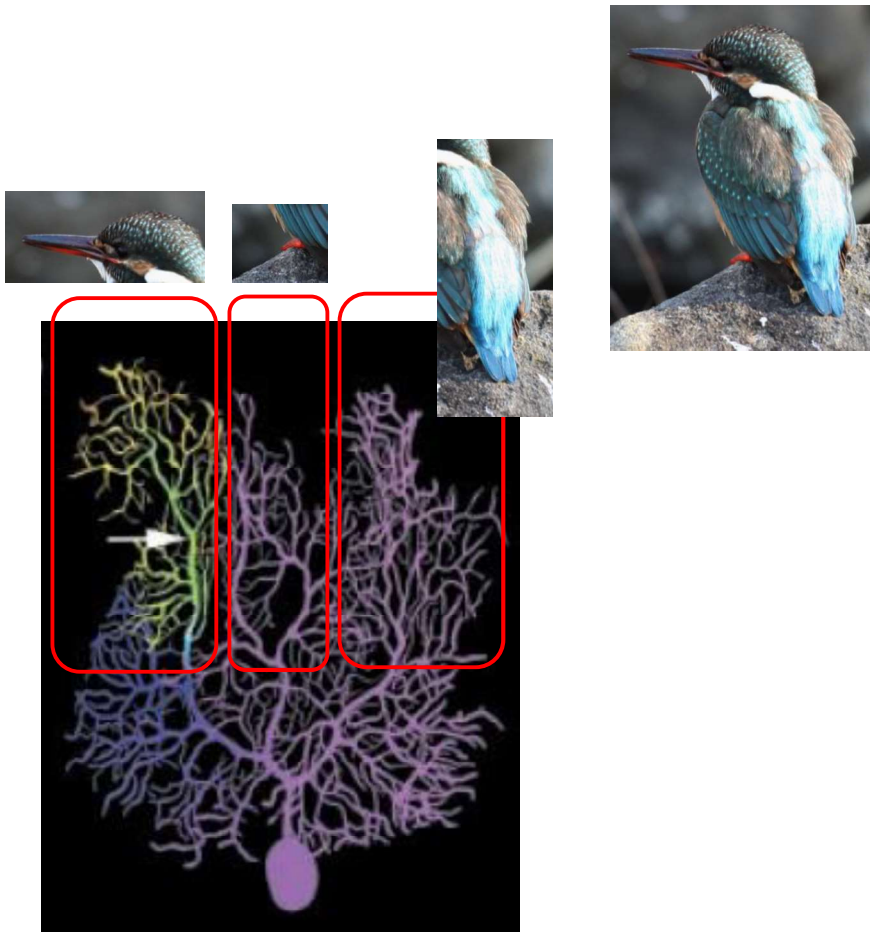


方向性の検出



方向性の検出





神経信号の数理モデル まとめ

McCulloch-Pittsのモデル
Hodgkin-Huxleyの神経方程式
ケーブル方程式

よいモデルとは...

