

# リザバー計算の状態空間別情報処理能力

木村武龍、高橋宏和

reservoir computing, information processing capacity, bistable, hysteresis, intermittency chaos

## 1. はじめに

リザバー計算(RC)とは、力学系を計算機として用いる手法である[1]。学習時に出力層の重みのみを線形回帰で変更し、力学系には変更を加えないのが特徴である。この特徴を活かし、実際の物理現象をRCとして用いたのが物理リザバー計算(PRC)だ。PRCはその材料の特性に付随したメリットがある点や、ソフトロボットのように元々存在する動作を計算に利用できる点で注目されている。しかし、注目した物理現象による力学系が必ずしもRCとして利用できるとは限らない。力学系がRCとして利用するために必要な条件に、ESPがある[2]。ESPは、十分時間が経過した際、初期値の影響が無視できるという性質である。ESPのない系をRCとして使えるようになれば、PRCを構成する際の制約が減り、より多様な現象が計算資源として利用可能になる。本研究では、初期値の影響が長時間残る力学系の一部をRCとして利用できることを示した。この目的のため、RCの性能評価指標である情報処理容量(IPC)を、ESPのない系に対しても適用可能なように拡張した状態空間別情報処理容量(空間別IPC)を提案した。ESPのない系として、振動系、双安定な系、ヒステリシス系、間欠性カオスの4つに注目した。これらの系に対し、空間別IPCを用いて計算機としての特性を明らかにし、想定できる使い方を提案した。

## 2. 振動系

### 2.1 方法

入力と無関係に周期3の自励振動が起こる以下の1自由度力学系を考えた。

$$x_{t+1} = 0.6x_t + 0.4 \tanh(-16x_t - 10 + 0.2u_t) \quad (1)$$

$u_t$ は[-1,1]の一様乱数からなる入力で、 $x_t$ が力学系の状態量である。この系の特性を評価するために、空間別IPCを用いた。IPCとは、入力の時系列 $u_{t-s}$ からなる直交多項式基底 $\phi^i$ で状態量 $x_t$ を直交分解した時の各基底 $\phi^i$ の決定係数である[3]。各基底 $\phi^i$ の情報を現在の状態量 $x_t$ から完全に再現できれば1、全く再現できなければ0となる指標だ。1次の基底は、過去の入力をそのまま再現する記憶容量の評価となり、高次の基底は、非線形演算能力の評価となる。空間別IPCでは、空間基底 $\psi^i$ を導入し、 $\phi^i\psi^i$ を基底として直交分解する。 $\psi^i$ は、状態量を複数のグループ $G_i$ に重複なく分割し、 $x_t$ が $G_i$ に含まれれば1、含まれなければ0とする基底だ。基本的には、状態量 $x_t$ のクラスターに合わせて状態空間を分割してグループを作成する。この例では、振動の位相に合わせて3つのグループに分割した。

### 2.2 結果

従来手法のIPCの値は0なのに対し、空間別IPCによる性能評価では、理論上限の1に近い高いIPC

を取り出すことができた。1次のIPCを見ると、通常は昔の記憶ほど単調に減少するのに対し、周期に合わせて振動した記憶容量を持つことが分かる。

Fig 1. Spatial IPCs of each group

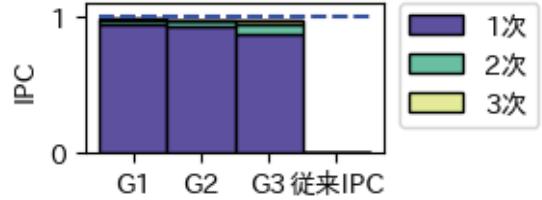
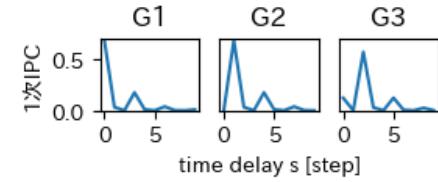


Fig 2. 1<sup>st</sup> order IPCs of each group



### 2.3 考察

振動の位相に合わせて異なるIPC特性を持っていること、位相ごとに空間別IPCで性能評価すると高いIPCを取り出せることが分かった。従来手法では異なる特性のIPCを示す状態を混ぜていたため、低い性能評価になったと考えられる。この特性は、位相のどこで受けた入力かによって情報処理のされ方が異なるため、ある時間幅でまとまった意味を持つ入力と相性がいいといえる。

## 3. 双安定系

### 3.1 方法

安定状態が2つ存在する、以下の力学系を用いた。

$$r_t = x_t + 0.25u_t \quad (3.4)$$

$$x_{t+1} = x_t + (0.4r_t + 0.2r_t^3 + 0.3) \quad (3.5)$$

$u_t$ は平均0、分散1のガウス分布による入力である。この系は、2つの安定固定点と、1つの不安定固定点を持つ。それぞれの固定点周りで空間別IPCを計測した。

### 3.2 結果

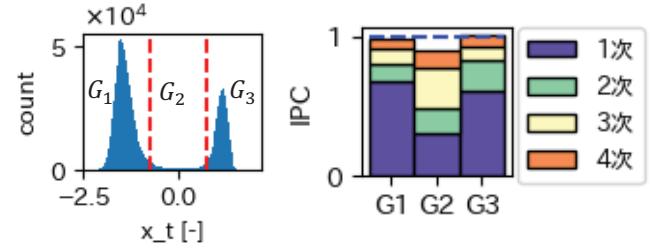


Fig3. histogram of  $x_t$    
Fig4. IPCs of each group  
正負に1つずつ安定な状態が存在し、二峰性のヒストグラムとなっている。赤線で区切った各グループをG1, G2, G3として空間別IPCを計測した。それぞれ異なるIPC特性を持っている。

### 3.3 考察

$G_2$  は不安定な固定点に対応し、 $G_2$  に長時間状態が留まることができないため、実際の計算には使い勝手が悪い。 $G_1, G_3$  が安定で計算に使いやすい状態である。双安定な構造では振動解と異なり、あるグループに状態が連続して長時間滞在するため、IPC の特性が他のグループの影響を受けにくく、グループごとの IPC の特性が大きく異なりうる。そのため、多様な IPC 特性を切り替えながら計算するような RC が作れる可能性がある。

### 3. ヒステリシス系

#### 3.1 方法

ピッチフォーク分岐によって安定構造が変化し、ヒステリシスを示す以下の力学系を用いた。

$$y_t = x_t + 0.15u_t \quad (4.2)$$

$$x_{t+1} = x_t + 0.1(r_t x_t + x_t^3 - x_t^5) \quad (4.3)$$

$u_t$  は平均 0、分散 1 のガウス分布からなる時系列入力である。 $r_t$  は分岐パラメータであり、この値を変化させることでヒステリシスが生じる。 $r_t$  を周期的に変化させたデータに対し、空間別 IPC を調べた。

#### 3.2 結果

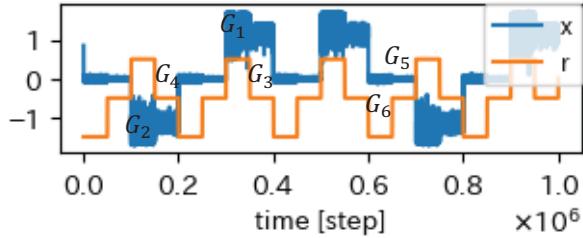


Fig 5. time series of  $x$  and  $r$

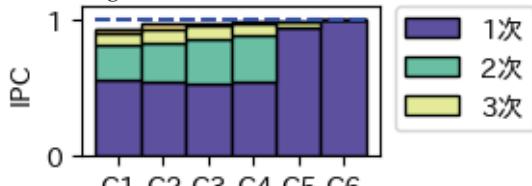


Fig 6. IPCs of each group

$r$  の変化に合わせて  $x$  の状態が大きく変化している。同じ  $r$  の値でも  $x$  の状態分布が異なり、ヒステリシスがある。 $r$  と  $x$  の状態を基に、6 つのグループに分割し、空間別 IPC を測った。どの状態についても、高い IPC を計測することができた。

#### 3.3 考察

IPC 特性の異なる複数の状態を、分岐パラメータ  $r$  によって遷移することができた。解きたいタスクに必要な IPC 特性に合わせて  $r$  を制御することで、自在に計算特性を切り替えられる RC が作れることを示唆している。

### 4. 間欠性カオス

間欠性カオスは時間方向にカオスとオーダーが混ざっている系だ。カオスを一部オーダー化することで任意の波形を出力する RC の先行研究がある[4]。また、カオスに近いオーダーな領域をカオスの淵と呼び、高い計算能力を持つとして注目されている。このようにカオス系は高い計算能力を期待されているが、時間方向にカオスが混在した系の性能を IPC の観点から評価する試みは行われていない。本章では間欠性カオスのオーダーな領域を空間別 IPC で評価できることを示す。

#### 4.1 方法

以下のオーダーな 3 周期解とカオスを間欠的に示す

式を利用する。

$$r_t = x_t + 0.001u_t \quad (5.1)$$

$$x_{t+1} = 3.83r_t(1 - r_t) \quad (5.2)$$

これに対し、3 周期解の各位相に対する空間基底を以下の 3 通りで作った。

①: 状態空間の範囲のみで制約したグループ

②: ①に加えリアノフ指数  $\lambda < -0.1$  を満たす制約を課したグループ

③: ②に加え、1 ステップ前の状態も②のグループに属する状態のみを集めたグループ

それぞれについて空間別 IPC を計測した。

#### 4.2 結果

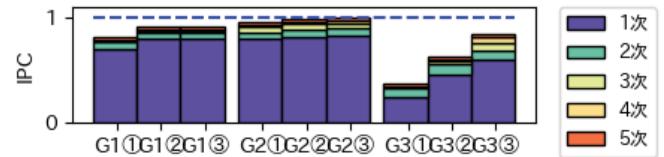


Fig 7. IPCs of each group and setting

3 周期解の各位相  $G_1, G_2, G_3$  について、①②③の各方法で空間別 IPC を計測した。制約を加えるほど、高い IPC の値が取り出せている。

#### 4.3 考察

カオスが混在する系では、状態空間内の領域を指定するだけでは高い IPC が取り出せず、オーダーであることを保証するリアノフ指数や、過去数ステップに渡って振動解に属することを条件にグループに縛りを加えることが有用だと分かった。

### 5. まとめ

初期値の影響が長時間残る力学系にも適用できる性評価指標として、空間別 IPC を提案した。これにより、ESP のない系を RC として活用できるようになり、より多様な物理現象を PRC として利用可能となった。また、ESP のない系は複数の IPC 特性を持ち、系によってはその特性を狙って切り替えられることが分かった。これは新たな RC の開発につながると考える。

PRC の特徴は、光や量子といった現象を起こす媒体に起因するものと、現象を支配する方程式の力学系の特性に起因するものがある。本研究では後者について以前は欠点だと考えられていた ESP のない系が利点に繋がりうることを示した。これにより、媒体は良い性質を持つが、ESP がなく RC に使えないとされた現象が再評価され、PRC が発展することを期待する。

### 参考文献

- [1] Lukoševičius, Mantas, and Herbert Jaeger. "Reservoir computing approaches to recurrent neural network training." Computer Science Review 3.3 (2009): 127-149.
- [2] Manjunath, Gandhi, and Herbert Jaeger. "Echo state property linked to an input: Exploring a fundamental characteristic of recurrent neural networks." Neural computation 25.3 (2013): 671-696.
- [3] Dambre, Joni, et al. "Information processing capacity of dynamical systems." Scientific reports 2.1 (2012): 1-7.
- [4] Laje, Rodrigo, and Dean V. Buonomano. "Robust timing and motor patterns by taming chaos in recurrent neural networks." Nature neuroscience 16.7 (2013): 925-933.